

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI ROMA TRE - MATEMATICA
ESERCIZI DI AM120**

A.A. 2025/2026 - ESERCITAZIONE VIII

Esercizio 1. Discutere la convergenza delle serie

$$\begin{aligned} a) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + n^2}{4^n + \log n} \\ b) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \tanh\left(\frac{1}{\log n}\right) \\ c) \quad & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\log n^n}{\log^2(\log n)} \sin^2\left(\frac{1}{n \log n + \sqrt{n}}\right) \end{aligned}$$

Esercizio 2. Discutere il comportamento delle seguenti serie :

$$\begin{aligned} a) \quad & \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n + n^{-x}}{n + \log n} \quad x \in \mathbb{R} \\ b) \quad & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{7^n n!} (\log x + 1)^n, \quad x > 0 \end{aligned}$$

Esercizio 3. Calcolare i limiti

$$\begin{aligned} a) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{\sin x}{x} - \frac{x}{\sin x} \right) \\ b) \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + \cos^2 x - 2}{x^2 [\ln(1 + 2x) - 4e^{\frac{x}{2}} + 4]} \end{aligned}$$

Esercizio 4. Calcolare il polinomio di Taylor in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sin^2 x}$$

all'ordine 5.

Esercizio 5.

(1) Determinare parte reale e parte immaginaria dei seguenti numeri complessi:

$$a) \left(\frac{1}{2 - i\sqrt{3}} \right)^2 + \frac{1}{1 + i}, \quad b) e^{z^2|z|}, \quad \text{con } z = \frac{\sqrt{3} - 1 + i(1 + \sqrt{3})}{2 + 2i}.$$

(2) Risolvere le seguenti equazioni:

$$a) z^{11} = 8(1 + i\sqrt{3})^2(1 + i), \quad b) z^2 + (1 + i)z + \frac{1 + i}{4} = 0$$